APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA.

EXAMEN FINAL: ANÁLISIS NUMÉRICO I

3 de Julio de 2009

Parte Práctica

1. La regla del trapecio aplicada a $\int_0^2 f(x)dx$ nos da el valor 5, y la regla del punto medio nos da el valor 4. ¿Qué valor nos da la regla de Simpson?

2. Consideremos el conjunto de funciones continuas en el intervalo $[0,1]$. En ese conjunto se define el producto interno $(f,g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$. Aproximar la función $\sin(x)$ en $[0,1]$ mediante un polinomio lineal utilizando como base $\{1, x\}$.

3. Determinar valores a, b y c reales para que la función:

$$s(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx, & \text{si} \quad x \in [0,1], \\ x^3 + 7x^2 + 2x + 1, & \text{si} \quad x \in [1,2], \end{cases}$$

resulte una función spline cúbica.

4. Demuestre que si g es una función (no necesariamente un polinomio) que interpola a la función f en los nodos $x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}$, y si h es una función tal que $h(x_i) = \delta_{in}$ $(0 \leq i \leq n)$, entonces para alguna constante c la función $g + ch$ interpola a f en $x_0, x_1, \ldots, x_n$.

5. (Para Libres)Demuestre que el polinomio que interpola los siguientes datos es de grado 3.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	1	4	11	16	13	-4

Parte Teórica

a) Enuncie y demuestre el teorema de la mejor aproximación en espacios con producto interno.

b) Enunciar y demostrar el teorema de convergencia para el método de bisección.

c) (Para Libres) Enunciar y demostrar el teorema de minimización de las splines cúbicas naturales.